

VŠB – Technická univerzita Ostrava

Fakulta strojní

Institut dopravy

## **Metody pro řízení světelných křižovatek**

Models of Signal Controlled Intersections

Student:

Bc. Pavel Petráš

Vedoucí diplomové práce:

Ing. Dušan Teichmann, Ph.D.

Ostrava 2014

VŠB - Technická univerzita Ostrava  
Fakulta strojní  
Institut dopravy

## Zadání diplomové práce

Student: **Bc. Pavel Petráš**  
Studijní program: N2301 Strojní inženýrství  
Studijní obor: 2301T003 Dopravní technika a technologie  
Specializace: 20 Silniční doprava  
Téma: **Modely pro řízení světelných křižovatek**  
**Models of Signal Controlled Intersections**

Zásady pro vypracování:

Úvod  
Obecné zásady pro navrhování signálních plánů pro řízení křižovatek  
Druhy řízení světelných křižovatek a metody pro návrh signálních plánů  
Návrh inovovaného modelu pro řízení  
Výpočetní experimenty s inovovaným modelem  
Zhodnocení dosažených výsledků  
Závěr

Seznam doporučené odborné literatury:


Janáček, J.. Optimalizace na dopravních sítích. Žilina: ŽU v Žilině, 2003. 248 s. ISBN 80-8070-031-1  
Waller, S. T.; Fajardo, D.; Duell, M.; Dixit, V.. Linear Programming Formulation for Strategic Dynamic Traffic Assignment. Networks and Spatial Economics Journal, Springer, 2013, ISSN 1572-9427 (Online).

Formální náležitosti a rozsah diplomové práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.


Vedoucí diplomové práce: **Ing. Dušan Teichmann, Ph.D.**

Datum zadání: 13.12.2013

Datum odevzdání: 19.05.2014

  
doc. Ing. Aleš Slíva, Ph.D.  
vedoucí katedry



  
doc. Ing. Ivo Hlavatý, Ph.D.  
děkan fakulty

### Místopřísežné prohlášení studenta

Prohlašuji, že jsem celou diplomovou práci včetně příloh vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a uvedl jsem všechny použité podklady a literaturu.

V Ostravě dne .....

.....

podpis studenta

Prohlašuji, že

- jsem byl seznámen s tím, že na moji diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména § 35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a § 60 – školní dílo.
- беру на вѣдомі, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen „VŠB-TUO“) má právo nevýdělečně ke své vnitřní potřebě diplomovou práci užít (§ 35 odst. 3).
- souhlasím s tím, že diplomová práce bude v elektronické podobě uložena v Ústřední knihovně VŠB-TUO k nahlédnutí a jeden výtisk bude uložen u vedoucího diplomové práce. Souhlasím s tím, že údaje o kvalifikační práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO.
- bylo sjednáno, že s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona.
- bylo sjednáno, že užít své dílo – diplomovou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).
- беру на вѣдомі, že odevzdáním své práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, bez ohledu na výsledek její obhajoby.

V Ostravě dne .....

.....

podpis studenta

Jméno a příjmení autora práce: Bc. Pavel Petráš

Adresa trvalého pobytu autora práce: Panelová 1607, Petřvald, 735 41

## PODĚKOVÁNÍ

Rád bych touto cestou poděkoval vedoucímu diplomové práce, panu Ing. Dušanu Teichmannovi, Ph.D. za jeho rady, trpělivost a čas během konzultací diplomové práce a samozřejmě také za vstřícný přístup během domlouvání termínů pro konzultace.

Bc. Pavel Petráš

## ANOTACE DIPLOMOVÉ PRÁCE

PETRÁŠ, P.: Modely pro řízení světelných křižovatek: Diplomová práce. Ostrava: VŠB – Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, Institut dopravy, 2014, 52 s. Vedoucí práce: Ing. Teichmann D., Ph.D

Diplomová práce se zabývá analýzou návrhu a možnostmi řízení křižovatek. V úvodní části práce jsou rozebrány stávající možnosti jednotlivých metod. V práci se věnuji metodám pro pevné signální plány i pro dynamické signální plány. V další části práce se následně věnuji možnostem vyjádření zpoždění pomocí matematického modelu tvořeného pomocí lineárního programování.

## ANNOTATION OF THESIS

PETRÁŠ, P. Models of Signal Controlled Intersections: Thesis. Ostrava: VŠB – Technical University of Ostrava, Faculty of Mechanical Engineering, Department of Control Systems and Instrumentation, 2014, 52 s. Thesis supervisor: Ing. Teichmann D., Ph.D.

Thesis analyzes possibilities of design of traffic assignment model. In the introduction part of thesis are current possibilities of traffic control (static and dynamic systems of traffic models). Next part of thesis is presenting expression of mathematical model with quantification of delay in linear programming model.

## Obsah

1. Úvod.....	8
2. Druhy řízení a možnosti návrhu řízení křižovatek.....	10
2.1. Metody návrhu pevných signálních plánů .....	12
2.1.1. Navrhování pevných signálních plánů podle metod uvedených v TP 81 .....	12
2.1.2. Metody návrhu pevných signálních plánů na bázi lineárního programování ....	17
2.2. Metody návrhu dynamických signálních plánů .....	22
2.2.1. Navrhování dynamických signálních plánů podle metod uvedených v TP 81 ..	22
2.2.2. Navrhování dynamických signálních plánů Ziliaskopoulosovou metodou .....	26
2.2.3. Shrnutí.....	27
3. Návrh inovovaného modelu .....	29
3.1 Inovovaný model v základní variantě .....	30
3.2 Inovovaný model s proměnnou délkou cyklu .....	32
4. Výpočetní experimenty .....	37
4.1. Možnosti řešení sestavených modelů .....	37
4.2. Výpočetní experiment se základním modelem .....	40
4.3. Výpočetní experiment s modelem obsahujícím proměnnou délku cyklu.....	44
4.4 Shrnutí.....	48
5. Závěr .....	49
Seznam obrázků.....	50
Seznam tabulek .....	51
Literatura.....	52

## 1. Úvod

Silniční doprava získává stále větší význam pro každodenní život člověka, což se projevuje především rostoucím počtem vozidel. V dobách ještě nedávno minulých byl automobil do jisté míry výrazem vyšších majetkových poměrů, čemuž odpovídala i situace na silnicích. Ovšem po roce 1989, kdy došlo k uvolnění bariér v importu nejen nových, ale i ojetých vozidel do České republiky a možnostem lehce získat přístup k financím potřebným pro pořízení nebo provoz vozidla (možnosti úvěrů, leasingu), nastalo výrazné zvýšení počtu provozovaných automobilů. Začátkem 90- tých let 20. století tak došlo k první vlně expanze počtu silničních vozidel na českých komunikacích.

Ponechají-li se stranou všeobecně známé negativní průvodní jevy plynoucí z nárůstu rozsahu silniční dopravy (hluk, emise apod.), přinesl enormní nárůst počtu silničních vozidel také požadavky na zlepšení sítě pozemních komunikací, zejména z pohledu infrastrukturních parametrů. Státní orgány odpovědné za správu silniční infrastruktury musely v první polovině 90- tých let 20. století začít řešit otázky spojené se zvyšováním kapacity sítě. Docházelo tak nejen k výstavbě nových komunikací různých kategorií, ale také k rozšiřování a modernizaci komunikací stávajících (spojené např. s úpravou parametrů ovlivňujících rychlost).

Zvyšování kapacity sítě pouhým zvyšováním hustoty sítě na daném území, zvyšováním počtu jízdních pruhů apod. však naráží na jisté limity. Ty se projevují zejména v intravilánu, protože zastavěná území často neumožňují výše uvedené typy úprav pozemních komunikací realizovat, příp. vyžadují vynaložení značně vysokých nákladů spojených s výkupem pozemků, demolicí zástavby omezující plánovanou výstavbu, nutností stavět tunely, či mosty, což celý proces výstavby značně prodražuje. Z uvedeného důvodu se souběžně se stavebními úpravami sítě pozemních komunikací bylo zapotřebí začít věnovat metodám, které umožňují provoz na pozemních komunikacích efektivně řídit. Převládá totiž celkem logický názor, že zvyšování kapacity sítě lze dosáhnout i efektivnějším řízením provozu.

Nástroje pro řízení (regulaci) dopravy je potřeba rozdělit na pasivní a aktivní. Pasivními řídicími nástroji jsou např. různé typy informačních panelů, které řidičům sdělují široké spektrum informací, podle kterých by měli upravovat své chování v provozu



tak, aby dosáhli cíle své cesty s co nejméně problémy (upozornění na výskyt zhoršených povětrnostních podmínek v určitém úseku, dopravní nehody, doporučení objízdné trasy apod.). Aktivními nástroji řízení lze rozumět takové, které přímo ovlivňují chování řidičů (světelné signalizační zařízení na křižovatkách apod.).

Cílem předložené diplomové práce je zabývat se právě problematikou efektivního řízení provozu na světelně řízených křižovatkách. Práce si klade dva základní cíle – zmapovat z širšího hlediska nejčastěji využívané přístupy pro návrh signálních plánů a zabývat se návrhem optimalizačních přístupů, které doposud nebyly použity a přitom v praxi existuje reálný potenciál pro jejich využívání.

## 2. Druhy řízení a možnosti návrhu řízení křižovatek

Křižovatka je místo na dopravní síti, kde se protínají nebo stýkají dvě pozemní komunikace. Protože na křižovatce dochází ke styku tzv. kolizních (vzájemně se ohrožujících) dopravních proudů, je zapotřebí mít definován systém, prostřednictvím kterého bude určeno, v jakém pořadí mají jednotlivé dopravní proudy do křižovatky vstupovat.

S ohledem na zaměření práce je v první řadě účelné provést kategorizaci křižovatek z pohledu úrovně jejich řízení. Nejjednodušší dělení křižovatek z hlediska úrovně jejich řízení je na neřízené a řízené. Neřízené křižovatky jsou takové, kde je přednost jízdy v daných dopravních směrech dána pouze legislativou stanovenými pravidly provozu na pozemních komunikacích (například křižovatka s vyznačením hlavní a vedlejší komunikace).

Křižovatky řízené jsou ty, kde je přednost jízdy dána signálním plánem světelného signalizačního zařízení. Mezi řízené křižovatky se nezařazují křižovatky, na kterých je přednost v jízdě určována přímým řízením provozu příslušníkem policie či jiné oprávněné osoby. Podmínkou pro zařazení křižovatky do kategorie řízených, je tedy existence světelného signalizačního zařízení.

Protože křižovatky jsou prvky na síti pozemních komunikací, které dlouhodobě ovlivňují jejich kapacitu (kromě jiného samozřejmě také bezpečnost a plynulost provozu), je zapotřebí se při jejich návrhu řídit určitými pravidly, resp. zásadami. Při návrhu křižovatky je třeba přihlížet k následujícím zásadám:

- návrhové období: 20 let od uvedení křižovatky do provozu, pokud orgány státní správy nestanoví jinak. Návrh se provádí z výhledové intenzity dopravy na konci daného návrhového období,
- homogenita tahu: bere se v úvahu řešení předchozích i následných křižovatek, aby bylo řešení křižovatek na jednom tahu komunikace (případně v jednom sídelním útvaru) jednotné,
- bezpečnost provozu, která je ovlivněna faktory, jako jsou:
  - poloha křižovatky,

- včasná viditelnost křižovatky,
- přehlednost křižovatky,
- jednoznačná srozumitelnost organizace dopravy na křižovatce,
- psychologická jistota řidiče.

Pokud již na křižovatce existuje světelné signalizační zařízení, je nutno zabývat se vyhodnocením vhodné úpravy stávajícího světelného řízení křižovatky. V zásadě se nabízejí dvě možnosti úpravy SSZ:

- úprava stávajícího pevného signálního plánu křižovatky, příp. zavedení časového harmonogramu platnosti jednotlivých signálních plánů (je-li účelné mít k dispozici více plánů). Existence více signálních plánů je vhodná v situacích, kdy se v průběhu období mění charakter provozu (intenzity v jednotlivých směrech apod.),
- přechod pevného řízení na tzv. dynamické řízení. Zavedení dynamického řízení provozu obnáší především instalaci detektorů vozidel na vstupních stranách jednotlivých ramen křižovatky. S ohledem na vstupy v reálném čase z čidel umístěných v tělese komunikace se následně on-line realizují úpravy základních parametrů řízení provozu na křižovatce, jako je např. délka cyklu a délky jednotlivých zelených fází s ohledem na minimalizaci zdržení jednotlivých účastníků silničního provozu.

Prvním cílem diplomové práce bylo zmapování v současnosti existujících metod pro návrh signálních plánů, z tohoto důvodu budou do textu zařazeny podkapitoly 2.1 a 2.2. Podkapitola 2.1 se bude zabývat metodami pro návrh pevných signálních plánů, podkapitola 2.2 metodami pro návrh dynamických signálních plánů.

Ještě před charakteristikou jednotlivých metod je vhodné uvést, že v podmínkách České republiky v současnosti neexistuje žádný striktní návod, jak signální plány v jednotlivých situacích navrhovat. Existuje sice schválený dokument Technické podmínky Ministerstva dopravy TP 81, ten by se však spíše měl označit jako souhrn určitých metod, které se k návrhu signálních plánů dají využít. Kromě metod uvedených v TP 81 existují ještě další metody, které však od případných uživatelů vyžadují hlubší znalost principů optimalizačních metod a jejich řešení ve vhodných softwarech.

## **2.1. Metody návrhu pevných signálních plánů**

### **2.1.1. Navrhování pevných signálních plánů podle metod uvedených v TP 81**

V této části práce bude uveden způsob návrhu pevného signálního plánu podle TP 81. Nejdříve budou charakterizovány základní pojmy, které se u této problematiky používají, dále bude pozornost věnována dvěma metodám návrhu signálního plánu, které jsou v TP81 popsány [4].

Nejdříve tedy několik nejdůležitějších pojmů používaných v souvislosti s návrhem signálních plánů:

- fáze: časový interval, v němž mají současně signál volno určité, zpravidla nekolizní dopravní pohyby na křižovatce,
- fázové schéma: přiřazení dopravních pohybů jednotlivým fázím a určení nejvýhodnějšího pořadí fází,
- signální plán: program řízení světelného signalizačního zařízení, který určuje pořadí a délku signálu volno jednotlivým fázím (signálním skupinám),
- kolizní dopravní pohyby: vzájemné pohyby vozidel a chodců, které se kříží, nebo připojují. Místům, kde se tak děje říkáme kolizní plochy, pro zjednodušení se používají kolizní body, tj. průsečíky trajektorií možných vozidlových proudů,
- mezičas: časový interval od konce signálu volno na návěstidle pro jeden směr po začátek signálu volno na návěstidle pro kolizní směr. Pro jeho stanovení jsou podstatné kolizní dopravní pohyby,
- bezpečnostní doba: doba zohledňující vliv projíždění signálu pozor vozidly v souladu s pravidly silničního provozu po skončení signálu volno,
- délka efektivní zelené: délka zelené zmenšená o časovou ztrátu na rozjezd a zvětšená o čas, kdy je projížděn žlutý signál,
- délka vyklizujícího vozidla: délka vozidla, které vyklizuje křižovatku,

- najížděcí doba: doba potřebná k projetí najíždějícího vozidla od stopčáry k začátku kolizní plochy, případně dráha vstupujícího chodce od vstupu do vozovky za návěstidlem k začátku kolizní plochy,
- vyklizovací doba: doba potřebná k projetí vyklizujícího vozidla od stopčáry ke konci kolizní plochy nebo doba potřebná k chůzi vyklizujícího chodce od vstupu do vozovky za návěstidlem ke konci kolizní plochy,
- ztrátový čas pro fázi: čas mezi koncem efektivní zelené v této fázi a začátkem efektivní zelené v následující fázi, tj. neproduktivní čas při změně fází. Je roven mezičasu zkrácenému o rozdíl mezi délkou efektivní zelené a délkou zelené (signálu volno).

Podle TP 81 je pro řízení provozu na křižovatce se světelným signalizačním zařízením výchozím a zároveň nejdůležitějším podkladem signální plán, který určuje délku a pořadí signálů volno a jednotlivých signálních skupin. Signální plán je ovlivněn především výpočtem mezičasů, intenzitami jednotlivých druhů dopravy, prostorovými možnostmi i uspořádáním křižovatek a pravidly provozu na pozemních komunikacích. Signální plán graficky znázorňuje možné návěsti pro jednotlivé signální skupiny a při jeho sestavování je nutno dodržet pořadí několika kroků, které se zpracovávají ve vzájemném souladu, protože se navzájem ovlivňují (schéma fází, délky cyklu, doby jednotlivých fází).

Obecný postup při návrhu pevného signálního plánu obsahuje podle TP 81 tyto etapy:

- a) analýza vstupních podkladů, kterými jsou:
  - získané hodinové intenzity dopravy rozdělené podle křižovatkových pohybů a přiřazené jednotlivým vjezdům,
  - vypočítané mezičasy,
- b) návrh signálního plánu podle zvolené metody,
- c) vlastní sestavení signálního plánu.

#### **ad a) fáze analýzy vstupních podkladů**

Za účelem zjištění hodinových intenzit dopravy jsou prováděny dopravní průzkumy spočívající v zaznamenání počtů dopravních prostředků či osob, které projedou či projdou daným profilem na křižovatce za určitou časovou jednotku a směrové dopravní průzkumy, jimiž se zjišťuje, odkud a kam směřují dopravní proudy na křižovatce. Uvedené dopravní

průzkumy mohou být provedeny různými způsoby, od přímého pozorování pomocí sčítačů, až po automatickou detekci pomocí zařízení pro sběr těchto dat umístěných ve vozovce nebo její těsné blízkosti.

Při výpočtech mezičasů je potřebné definovat vyklizujících a najížděcí dráhy, rychlosti vyklizujících a najíždějících vozidel a bezpečnostní dobu. Délky vyklizujících a najížděcích dráhy a rychlosti vyklizujících a najíždějících vozidel vyplývají ze stavebního uspořádání křižovatky (směrových a sklonových poměrů). Pro určení délek těchto drah lze použít osy trajektorie pohybu jednotlivých proudů vozidel.

Návrh fázového schématu vychází z intenzit jednotlivých druhů dopravy, pravidel provozu na pozemních komunikacích, je ovlivněn prostorovými možnostmi a uspořádáním křižovatky. Dalším úkolem po vytvoření fázového schématu je určení pořadí fází, z hlediska maximálního využití kapacity křižovatky se pořadí fází stanovuje podle součtu rozhodujících (nejdelších) mezičasů mezi jednotlivými fázemi. Pořadí fází, v němž bude součet rozhodujících mezičasů mezi jednotlivými fázemi minimální, je považováno za nejvhodnější. Pořadí fází může být ovlivněno různými hledisky, zejména:

- určité fáze musí probíhat za sebou, aby na sebe navazovaly signály volno, které jsou v těchto fázích,
- požadavkem na určitý sled signálů volno pro chodce nebo cyklisty, aby ti mohli přejít dělený přechod plynule,
- požadavkem koordinace signálních plánů sousedních křižovatek nebo preference vozidel MHD.

#### **ad b) fáze návrhu signálního plánu**

Při návrhu pevného signálního plánu existuje v TP 81 pro výpočet délek signálů volno a jejich rozvržení v rámci cyklu celá řada metod. Mezi nejčastěji používané metody, které jsou zpracované v technických podmínkách TP 81, patří metoda saturovaného toku a metoda spotřeby času.

Kromě sestavení signálního plánu se určují kapacity vjezdů a délky řadících pruhů. Jejich stanovení bylo popsáno v předchozích kapitolách, v této části bude problematika posouzení kapacit vjezdů a délek řadících pruhů popsána v širším smyslu, protože postup je shodný jak pro metodu saturovaného toku, tak i pro metodu spotřeby času.

Kapacita vjezdů na řízené křižovatce udává počet vozidel, která mohou vjet za hodinu určitým řadícím pruhem do křižovatky při maximálním využití doby zelené a počítá pro každý vjezd zvlášť, protože nezávisí jen na intenzitách kolizních proudů. Dopravní řešení SSZ je vyhovující, jestliže na všech vjezdech je kapacita vyšší než intenzita.

Nejmenší přípustná délka řadících pruhů se vypočte pro každý řadící pruh zvlášť nezávisle na použitých signálech (plného či směrového) s výjimkou řadících pruhů stejného směru jízdy, které se počítají společně. Pro odbočení má být délka pruhů pokud možno větší než vypočtená nutná délka sousedního řadícího pruhu (pro jízdu přímo), aby odbočující vozidla mohla do svého řadícího pruhu zajíždět bez omezení.

#### Postup návrhu signálního plánu s využitím metody saturovaného toku:

Principem metody saturovaného toku je stanovení délky cyklu a signálů volno v závislosti na stupních saturace vjezdů v jednotlivých fázích. Delší doba zelené je přiřazována fázím (signálním skupinám), v nichž se vyskytují vjezdy s vyšší hodnotou stupně saturace. Za vjezd je považována množina sousedních řadících pruhů, které propouštějí dopravní proudy do identických směrů a základním výpočtovým obdobím je vždy 1 hodina.

Obecný postup uplatňovaný při této metodě se dá shrnout do následujících pěti základních kroků:

##### 1) stanovení saturovaného toku vjezdu:

- vychází se ze základního saturovaného toku vjezdu, při výpočtu jsou použity základní hodnoty saturovaného toku řadícího pruhu

$$S_{zákl(pruhu)} = 1900 [jv \cdot h^{-1}],$$

- zohlední se koeficient sklonu: koeficient sklonu ovlivňuje výkonnost křižovatky, v případě vjezdu do křižovatky ve stoupání dochází ke snížení výkonu daného pruhu.
- zohlední se koeficient oblouku: vyjadřuje ovlivnění výkonnosti křižovatky obloukem, u této charakteristiky se uvažuje skutečný poloměr oblouku (pravé odbočení, pokud není výrazně ovlivněno proudem přecházejících chodců, levém odbočení bez samostatného řadícího pruhu bez omezení souběžně jedoucím protisměrem, levém odbočení se samostatným řadícím pruhem), nebo fiktivní poloměr oblouku (pravé odbočení výrazně ovlivněno přecházejícími chodci, levé odbočení bez samostatného řadícího pruhu a ovlivněno souběžně jedoucím protisměrem),

- stanoví se saturovaný tok vjezdu: saturovaný tok ovlivněný koeficientem oblouku a stoupání,

## 2) stanovení délky cyklu

- určí se stupeň saturace: určuje se pro všechny vjezdy, určuje stupeň vytížení daného vjezdu,
- zjistí se celkový stupeň saturace: pro každou fázi je vybrán stupeň saturace kritického vjezdu a je vybrána maximální hodnota,
- určí se ztrátový čas: čas mezi koncem efektivní zelené a začátkem efektivní zelené v následující fázi (neproduktivní čas při změně fází),
- určí se celkový ztrátový čas za cyklus,
- navrhne se délka optimálního a reálného cyklu,

## 3) výpočet délek signálů volno (zelených),

## 4) posoudí se kapacity vjezdů,

## 5) posoudí se délky řadících pruhů.

### Postup návrhu signálního plánu s využitím metody spotřeby času:

Podstatou této metody je, že se intenzita jednotlivých dopravních směrů upravuje vynásobením koeficientů faktoru omezení, čímž se zohledňují vlivy na zpomalení nebo na zrychlení pohybu vozidla prostorem křižovatky. Spotřeba času pro jednotlivé vjezdy je nepřímou vyjádřena výpočtovým zatížením, které je ovlivňováno prostřednictvím soustavy koeficientů. Délka cyklu a délky zelených v jednotlivých fázích jsou určovány výpočtovým zatížením rozhodujícím pro každou fázi.

Obecný postup uplatňovaný při této metodě se dá shrnout do následujících čtyř základních kroků:

## 1) stanoví se délka cyklu

- určí se výsledný koeficient faktoru omezení,



- určí se tzv. výpočtové zatížení: Intenzita dopravního směru s ovlivněním koeficientem faktoru omezení pro dopravní směr a počtem pruhů,
- zjistí se výpočtové zatížení rozhodující pro fázi,
- stanoví se výpočtová délka cyklu,

2) určí se délky zelené pro i-tou fázi (i-tou signální skupinu)

3) posoudí se kapacity vjezdů,

4) posoudí se délky řadících pruhů,

#### **ad c) fáze sestavy signálního plánu**

Vypočítané délky zelených se zakreslí do časového schématu – vlastního signálního plánu. Pro sestavení signálního plánu slouží jako podklad tabulka Stanovení délek signálů volno, do které se zapisují hodnoty používané při výpočtu signálního plánu. Při sestavování signálního plánu se vynášejí délky jednotlivých fází a poté se zakreslují začátky a konce signálu volno, přičemž u metody saturovaného toku a spotřeby času se nejprve zakreslují zelené pro vozidla a následně minimální zelené pro chodce. Minimální doby zelených pro chodce se prodlužují tak, aby byly splněny příslušné mezičasy. Pro vozidla je nutné zařadit před začátkem signálů volno signál červeného a žlutého signálu na dobu 2 s, za konec signálu volno zařadit signál žlutého signálu na dobu 3 s.

#### **2.1.2. Metody návrhu pevných signálních plánů na bázi lineárního programování**

Pro zadanou křižovatku je, analogicky jako při použití metod uvedených v TP 81 známa množina proudů, které do ní vstupují. Pro každý proud je minimální doba zelené a intenzita účastníků silničního provozu (pro vozidlové proudy vyjádřená průměrným počtem jednotkových vozidel ucházejících se o vstup do křižovatky za zvolenou časovou jednotku). Dále je k dispozici matice mezičasů pro kolizní proudy. Pro výpočet požadované doby zelené musí být k dispozici doba, kterou spotřebuje jednotkové vozidlo pro vstup do křižovatky. Lineární model umožní stanovit začátky a konce dob zelených pro

jednotlivé proudy v závislosti na libovolném kritériu, které lze zformulovat tak, aby model svou povahou zůstal lineární.

Při sestavě signálního plánu se podle literatury [3] řeší dva typy optimalizačních úloh:

- při stanovení délce cyklu se maximalizuje minimální z poměrných rezerv mezi nabízenou dobou zelené a průměrně požadovanou dobou zelené,
- při zadané hodnotě výše uvedené minimální poměrné rezervy se minimalizuje délka cyklu (model umožňuje nastavit pro každý proud jinou hodnotu poměrné rezervy).

Před samotným sestavováním modelu je zapotřebí vykonat 3 přípravné fáze:

- a) sestavení množiny fází,
- b) výběr minimálního počtu fází tak, aby každý proud byl obsažen minimálně v jedné z nich,
- c) stanovení nejvýhodnějšího pořadí vybraných fází.

ad a) sestavení množiny fází

Pro sestavení množiny fází se využívá graf bezkoliznosti. Jednotlivé vrcholy grafu reprezentují proudy, hrany reprezentují vztah nekolize. To tedy znamená, že jsou-li dva proudy nekolizní, poté jsou vrcholy, které je reprezentují, spojeny hranou. Fázi odpovídá každý maximální kompletní podgraf. Požadavek na kompletnost podgrafu zajišťuje, že v rámci jedné fáze nebudou současně do křižovatky vstupovat proudy, které jsou kolizní. Požadavek na maximalitu podgrafu zajišťuje, že v rámci možné fáze nebude žádný z nekolizních proudů opomenut.

ad b) výběr minimálního počtu fází

Výběr minimálního počtu fází může být proveden buď intuitivně (při menším počtu fází sestavených v kroku a)) nebo pomocí matematického modelu (v ostatních případech). Dále se předpokládá výběr minimálního počtu fází prostřednictvím matematického

modelu. Výsledkem tohoto kroku budou tedy fáze, které postoupí do tzv. výsledného fázového schématu.

K dispozici je tedy množina fází  $J$ , přičemž je známa příslušnost jednotlivých proudů do jednotlivých fází. Množina proudů bude mít označení  $I$ . Pro každou fázi  $j \in J$  vybranou v kroku a) se zavede bivalentní proměnná  $z_j$ , kdy hodnota 0 bude odpovídat vyjádření, že fáze nebude zařazena do výsledného fázového schématu a 1 bude vyjadřovat opak, tedy zařazení fáze do výsledného fázového schématu.

Optimalizačním kritériem pro daný model je počet vybraných fází, přičemž je požadováno, aby hodnota zvoleného kritéria byla minimální.

Navržený model je poté nutno vyřešit v některém z dostupných optimalizačních software. Za účelem snazšího zápisu modelu do optimalizačního software je vhodné doplnit do množiny vstupních dat tzv. proudově-fázová incidenční matici  $A$ .

Matematický model pro výběr minimálního počtu fází má tvar:

$$\min f(z) = \sum_{j \in J} z_j \quad (2.1.2.1)$$

za podmínek:

$$\sum_{j \in J} a_{ij} z_j \geq 1 \quad \text{pro } i \in I \quad (2.1.2.2)$$

$$z_j \in \{0,1\} \quad \text{pro } j \in J$$

Rovnice (2.1.2.1) reprezentuje účelovou funkci, výrazy (2.1.2.2) reprezentují soustavu omezujících podmínek. První skupina omezujících podmínek zajistí, že každý proud bude mít možnost vstoupit do křižovatky v rámci vybrané podmnožiny fází, druhá skupina omezujících podmínek vymezuje definiční obory proměnných použitých v modelu.

ad c) určení nejvýhodnějšího pořadí fází:

Z fází vybraných v předchozím kroku se sestaví všechna v úvahu přicházející pořadí fází. Protože je při řešení pro každý proud vyčleněn 1 začátek a 1 konec doby zelené, musí fáze obsahující stejný proud v navržených pořadích následovat bezprostředně za sebou.

Pro každou změnu fází a každé pořadí se vytvoří dílčí matice mezičasů. V každé této dílčí matici se vyhledá maximální rozhodující mezičas a rozhodující mezičasy se pro jednotlivá pořadí sečtou. Nejvýhodnějším pořadím bude to, ve kterém je součet rozhodujících mezičasů minimální. Nejvýhodnější pořadí fází má vliv na výběr mezičasů použitých v hlavním modelu. V hlavním modelu budou použity mezičasy, které souvisejí s nejvýhodnějším pořadím fází.

#### Rekapitulace vstupních veličin a proměnných:

$I$  ... množina proudů

$D_0$  ... množina mezičasů pro fázové přechody uvnitř cyklu

$D_1$  ... množina mezičasů pro fázové přechody mezi cykly

$t_{min}$  ... minimální doba zelené (může být stejná pro všechny proudy, pokud bude rozdílná, přidá se do označení index  $i$ )

$\tau_i$  ... průměrná doba potřebná pro vjezd 1 jednotkového vozidla do křižovatky v proudu  $i \in I$

$q_i$  ... intenzita jednotkových vozidel přijíždějících ke křižovatce v proudu  $i \in I$  za hodinu

$c$  ... délka cyklu, která je pro jednu z variant konstantou a druhou z variant proměnnou

$u$  ... minimální poměrná rezerva mezi nabízenou a průměrně požadovanou délkou zelené, která je pro jednu z variant konstantou a druhou z variant proměnnou

$m_{ij}$  ... mezičas mezi koncem vstupu kolizního proudu  $i \in I$  a začátkem vstupu kolizního proudu  $j \in I$

$x_i$  ... začátek doby zelené pro proud  $i \in I$

$y_i$  ... konec doby zelené pro proud  $i \in I$

#### Model pro maximalizaci minimální poměrné rezervy mezi nabízenou a průměrně požadovanou dobou zelené

Matematický model má tvar

$$\max f(u) = u \quad (2.1.2.3)$$

za podmínek:

$$y_i - x_i \geq t_{min} \text{ pro } i \in I, i \in I \quad (2.1.2.4)$$

$$y_i - x_i \geq \frac{\tau_i q_i c}{3600} u \text{ pro } i \in I \quad (2.1.2.5)$$

$$x_j - y_i \geq m_{ij} \text{ pro } [i, j] \in D_0 \quad (2.1.2.6)$$

$$x_j - y_i \geq m_{ij} - c \text{ pro } [i, j] \in D_1 \quad (2.1.2.7)$$

$$y_i \leq c \text{ pro } i \in I \quad (2.1.2.8)$$

$$x_i \geq 0 \text{ pro } i \in I \quad (2.1.2.9)$$

$$y_i \geq 0 \text{ pro } i \in I \quad (2.1.2.10)$$

$$u \geq 0 \quad (2.1.2.11)$$

Rovnice (2.1.2.3) reprezentuje účelovou funkci, výraz (2.1.2.4) reprezentuje skupinu podmínek pro zajištění minimální délky zelené pro každý proud. Její zavedení je důležité proto, že u proudů s nízkými intenzitami by mohly být vyčleněny takové doby zelené, které by neumožňovaly ani vjezd vozidla do křižovatky. Skupina podmínek (2.1.2.5) zajistí, že nabízená doba zelené pro každý proud  $i \in I$  neklesne pod průměrně požadovanou dobu zelené pro každý proud s ohledem k minimální poměrné rezervě  $u$ . Skupiny podmínek (2.1.2.6) a (2.1.2.7) zajistí, že budou dodrženy mezičasy. Doba zelené pro každý proud musí skončit nejpozději na konci cyklu, což zajistí skupina omezujících podmínek (2.1.2.8). Skupiny podmínek (2.1.2.9) – (2.1.2.11) vymezují definiční obory proměnných vyskytujících se v modelu.

#### Model pro minimalizaci délky cyklu

Matematický model má tvar:

$$\min f(c) = c \quad (2.1.2.12)$$

Rovnice (2.1.2.12) reprezentuje účelovou funkci. Ostatní nerovnice v modelu jsou totožné s modelem pro výpočet minimální poměrné rezervy mezi nabízenou a průměrně požadovanou dobou zelené. Jediný rozdíl nastává pouze ve skupině obligatorních

podmínek. Hodnota minimální poměrné rezervy je v této variantě modelu konstantou, na rozdíl od délky cyklu, která se v této variantě stává proměnnou, tzn. obligatorní podmínka v prvním modelu  $u \geq 0$  je nahrazena obligatorní podmínkou:

$$c \geq 0 \quad (2.1.2.13)$$

Následující část práce bude věnována existujícím možnostem a způsobům návrhu dynamického signálního plánu.

## **2.2. *Metody návrhu dynamických signálních plánů***

### **2.2.1. Navrhování dynamických signálních plánů podle metod uvedených v TP 81**

Pevné signální plány nepřipouštějí změnu parametrů signálního plánu. Jejich použití je možné pouze v případech, pokud lze předpokládat, že zatížení křižovatky zůstane nezměněno delší dobu. Při dynamických způsobech řízení jsou v rámci signálního plánu jeho jednotlivé parametry měněny operativně v závislosti na aktuální provozní situaci. Provozní situace v křižovatce je zohledňována krátkodobě, maximálně po dobu jednoho cyklu. Dynamické řízení bývá často označováno jako řízení závislé na dopravě. [4]

U řízení závislého na dopravě se signální plány cyklus od cyklu mění, přičemž je nutno stále přihlížet k základním bezpečnostním požadavkům a brát v úvahu následující faktory: [4]

- rychlost mezi křižovatkami blízko sebe se nesmí výrazně měnit,
- v případech, kde by rychlosti vozidel byly příliš vysoké, nemá být použito způsobu řízení „trvalá zelená s výzvami“,
- nemají se střídát fáze s podmíněně kolizním a bezkolizním odbočením vlevo. Pokud se výjimečně změna zdá účelná, má být jedna či druhá forma zachována po určité a v rámci dne stejné časové úseky. Řidiči odbočující vlevo mají být na chodce a cyklisty, jejichž

dráhu při odbočování kříží, upozornění žlutým světlem ve tvaru chodce nebo chodce a cyklisty,

- signály volno pro chodce, které se uplatňují na základě výzvy, se nesmí realizovat k již projíždějícímu podmíněně koliznímu dopravnímu proudu,

- na komunikacích s úzkými středními dělicími ostrůvky (kratšími než 2 m) se nemá střídat přecházení přechodu (celé šíře jízdního pásu) „najednou“ s přecházením „nadvakrát“. Pokud se střídání jeví jako účelné, musí být jedna či druhá forma zachována po určité a v rámci dne stejné časové úseky.

Pokud dochází při dopravní špičce na všech příjezdech ke křižovatce současně k přetížení, lze, na rozdíl od pevného řízení, dynamickým řízením vytěžit z tohoto druhu řízení výhody pouze tehdy, pokud dojde kromě požadavků individuální dopravy k dalším dopravně závislým nárokům. Signály volno na přetížených vjezdech jsou v takovém případě prodlužovány do maximálních přípustných hodnot.

Dynamické řízení lze považovat za přínosné i v situacích, kdy i na přetížených křižovatkách dochází k drobným výkyvům v toku dopravního proudu. Parametry řízení však musí být nastaveny tak, aby nedošlo k ukončení signálu volno nevhodně brzy. Řešením je například relativně velká délka pevné doby fází a malý rozsah prodlužování nebo použití pružných fázových přechodů.

Obvykle se před dopravní špičkou na jednotlivých vjezdech přetížení nevytvoří současně, ale během této doby existuje určitý prostor pro přidělení dob signálu volno zatíženějšímu směru. Totéž platí při odeznívání dopravní špičky. Tím je možné redukovat dobu přetížení křižovatky.

Ve zvláštních případech se mohou pomocí dopravně závislého řízení upřednostňovat určité dopravní proudy. Výhodou volby dopravně závislého signálního plánu je, že v dopravní špičce lze pomocí výběru signálního plánu aktuálně reagovat na vzduť a zabránit tak přetížení následujících křižovatek.

Vlastní návrh dynamického řízení křižovatky podle TP 81 by se dal charakterizovat změnou následujících parametrů:

- a) při úpravě stávajícího signálního plánu:

- změnou délky signálu volno u problematického proudu,
- změnou pořadí fází reagující na odlišné zatížení dané křižovatky v jednotlivých časových obdobích (požadavky se mohou v průběhu dne výrazně lišit),
- zavedením vkládání fáze na výzvu u méně zatížených. Díky tomuto způsobu omezení může dojít ke zkrácení délky cyklu, případně k využití tohoto času pro více zatížené proudy v jiných fázích,
- okamžitým doplnění nekolizního signálu volno do probíhající fáze,

b) při tvorbě signálního plánu:

- zavedením volné měnitelnosti parametrů řízení s ohledem na aktuální dopravní situaci.

Postup návrhu dynamického řízení lze rozdělit do následujících etap:

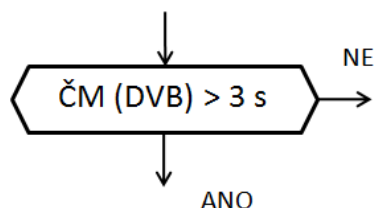
- formulace problému: definujeme vstupní parametry a požadavky na dané řešení,
- získání a zpracování údajů o reálném provozu: v této části se určí podle situačního plánu schéma fází a vypracuje se tabulka mezičasů,
- definují se logické podmínky zohledňující dynamické principy řízení (předpoklad zahájení nebo ukončení doby zelené apod.),
- určí se časové parametry řízení přepočtené na společný referenční (nulový nebo logický) bod tak, aby časové hodnoty byly ve vzestupném trendu.

Při tvorbě dynamického signálního plánu se zpravidla využívá vývojových diagramů. Vychází se z logické posloupnosti dotazů v rámci formulovaných podmínek. Z počátku se dotazujeme na tzv. stav, kterým může být buď fáze, nebo fázový přechod. V případě, že je například aktivní fáze, dochází k dotazování na časovou podmínku. Pokud časová podmínka odpovídá požadavku, dotazujeme se následně na logickou podmínku. V případě, že tato podmínka souhlasí, dochází k akci. Akcí může být například fázový přechod.

Možnosti zápisu jednotlivých skupin:



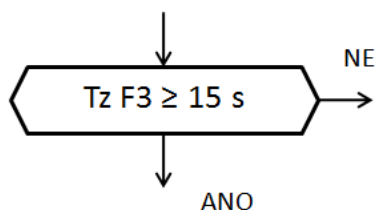
- logické podmínky:



Obrázek č. 1: Logická podmínka pro dynamický signální plán

Obrázek č. 1 znázorňuje příklad zaznamenání logické podmínky ve vývojovém diagramu, konkrétně dotaz na výskyt časové mezery větší než 3s v proudu vozidel obsazujícím detektor DVB. Tato podmínka může sloužit například k ukončení signálu volno.

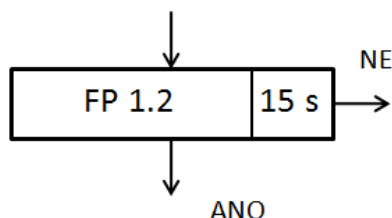
- časové podmínky:



Obrázek č. 2: Časová podmínka pro dynamický signální plán

Obrázek č. 2 znázorňuje analogický dotaz pro případ délky trvání fáze číslo 3 ve výši minimálně 15s.

- akční prvky:



Obrázek č. 3: Logická podmínka pro dynamický signální plán

Obrázek č. 3 znázorňuje akční prvek, v tomto případě fázový přechod (z fáze číslo 1 do fáze číslo 2) s dobou trvání 15s.

### 2.2.2. Navrhování dynamických signálních plánů Ziliaskopoulosovou metodou

Pro návrh dynamického signálního plánu je možno použít matematický model publikovaný v [1]. Jedná o model aplikovatelný na síť s jedním zdrojem a jedním koncovým vrcholem. Navrhovaný model dekomponuje síť na dílčí části reprezentované buňkami a sleduje se pohyb vozidel mezi nimi. Tím je zajištěno, že v každém časovém okamžiku jsou k dispozici aktuální informace o výskytu požadavků v síti. Díky dekompozici jsme schopni také odhadnout i požadavky pro budoucí období. Na základě sestaveného modelu je možno vyhodnotit, která varianta provozu je optimální z pohledu zvoleného optimalizačního kritéria a organizace proudů v celé síti.

Rekapitulace vstupních veličin a proměnných:

$C$  ... množina vrcholů,

$C_S$  ... množina cílových vrcholů,

$T$  ... množina časových okamžiků,

$C_R$  ... množina zdrojových vrcholů,

$P(i)$  ... množina vrcholů předcházejících vrcholu  $i$ ,

$S(i)$  ... množina vrcholů následujících po vrcholu  $i$ ,

$t$  ... proměnná reprezentující čas,

$x_i^t$  ... počet vozidel nacházejících se v buňce  $i$  v čase  $t \in T$ ,

$y_{ki}^{t-1}$  ... intenzita vozidel mezi vrcholem  $k \in P(i)$  a vrcholem  $i \in C$  v časovém okamžiku  $t \in T$ ,

$x_i^t$  ... počet vozidel v buňce  $i$  v čase  $t \in T$ ,

$N_j^t$  ... kapacita křižovatky  $j$  v čase  $t \in T$ ,

$Q_j^t$  ... maximální počet vozidel, která mohou projet vrcholem  $j$  v čase  $t \in T$ .

Matematický model minimalizující celkový cestovní (přepravní) čas má tvar. [2]

$$\min f(x, y, t) = \sum_{\forall t \in T} \sum_{\forall i \in C - C_S} x_i^t \quad (2.2.2.1)$$

za podmínek:

$$x_i^t - x_i^{t-1} - \sum_{k \in P(i)} y_{ki}^{t-1} + \sum_{j \in S(i)} y_{ij}^{t-1} = 0 \text{ pro } i \in C - \{C_R, C_S\}, t \in T \quad (2.2.2.2)$$

$$\sum_{j \in S(i)} y_{ij}^t - x_{ij}^t \leq 0 \text{ pro } i \in C, t \in T \quad (2.2.2.3)$$

$$\sum_{j \in P(j)} y_{ij}^t + x_j^t \leq N_j^t \text{ pro } j \in C - \{C_R, C_S\}, t \in T \quad (2.2.2.4)$$

$$\sum_{i \in P(j)} y_{ij}^t \leq Q_j^t \text{ pro } j \in C - C_R, t \in T \quad (2.2.2.5)$$

$$\sum_{j \in S(i)} y_{ij}^t \leq Q_i^t \text{ pro } j \in C - C_S, t \in T \quad (2.2.2.6)$$

$$x_i^t - x_i^{t-1} + y_{ij}^{t-1} = d_i^{t-1} \text{ pro } i \in C, j \in S(i), t \in T \quad (2.2.2.7)$$

$$x_i^t \geq 0 \text{ pro } i \in E, t \in T \quad (2.2.2.8)$$

$$y_{ij}^t \geq 0 \text{ pro } i, j \in E, t \in T \quad (2.2.2.9)$$

$$x_i^0 = 0 \text{ pro } i \in E, t \in T \quad (2.2.2.10)$$

$$y_{ij}^0 = 0 \text{ pro } i, j \in E, t \in T \quad (2.2.2.11)$$

U účelové funkce (2.2.2.1) vycházíme z předpokladu, že minimalizujeme počet vozidel, která projedou přes jednotlivé vrcholy sítě (kromě výchozích vrcholů) v časových okamžicích  $t$ . Minimalizace počtu vozidel je zde využito jako zástupné funkce za dobu zdržení. Skupiny omezujících podmínek podmínek (2.2.2.2) – (2.2.2.7) zajišťují konzistenci dopravních proudů v jednotlivých vrcholech dopravní sítě a také skutečnosti, že nebudou překročeny kapacitní možnosti infrastruktury. Skupiny omezujících podmínek (2.2.2.8) – (2.2.2.11) vymezují definiční obory proměnných v modelu a vstupní parametry provozu.

### 2.2.3. Shrnutí

Signální plány se v České republice v současnosti navrhuji zpravidla podle zásad a metod uvedených v dokumentu Technické podmínky TP 81 schváleném Ministerstvem dopravy. Technické podmínky uvádějí podrobné popisy Metody saturovaného toku

a Metody spotřeby času (obě slouží k návrhu pevných signálních plánů) a rámcově také postup pro návrh dynamických signálních plánů. Kromě nich existuje také celá řada metod založených na bázi matematického programování, jejich využití však klade na řešitele určité vyšší nároky vyplývající ze znalostí zásad a principů matematického modelování. Jak je patrné, tyto metody jsou předmětem především odborných publikací a to i v zahraničí.

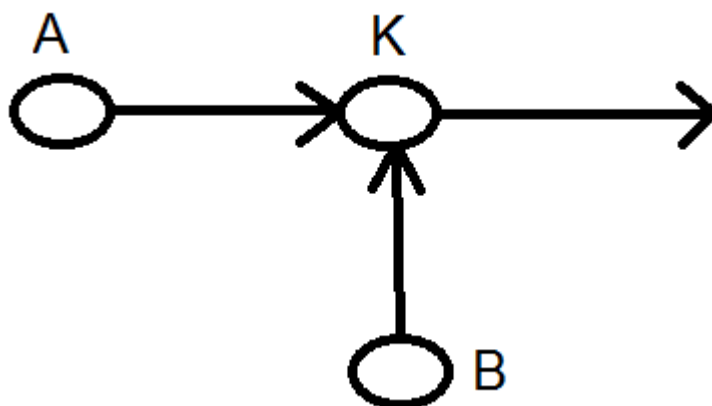
### 3. Návrh inovovaného modelu

Metody popsané v TP 81 se z pohledu budoucnosti nejeví jako příliš vhodné k navrhování signálních plánů. Jsou sice principiálně jednoduché a jejich aplikaci zvládne i řešitel s ne příliš vysokými matematickými znalostmi, mají však několik zásadních nevýhod. V první řadě nejsou schopny poskytnout řešiteli přesnou informaci o tom, kdy je výhodné zahájit vstup vozidel v jednotlivých proudech do křižovatky a dále neumožňuje navrhnout takový signální plán, který by flexibilně reagoval na změnu optimalizačního kritéria. Naproti tomu existující matematické modely nemají v sobě zapracovánu možnost optimalizovat celkové zdržení vozidel před křižovatkou, což je v současnosti uznávané kritérium pro hodnocení kvality navrženého signálního plánu.

V kapitole 3 bude tedy navržen model, který bude demonstrovat přístup spojující výhody optimalizačního přístupu a praxí uznávaného optimalizačního kritéria. Z hlediska modelování bude zvoleno lineární programování a to hned z několika důvodů – především z důvodu jednoduchosti matematického modelu a garance nalezení optimálního řešení.

Inovovaný model bude zároveň zohledňovat i určité faktory ze Ziliankopoulosova modelu dynamického řízení, může tedy být vhodným základem pro navazující úvahy rozšiřující stávající modely pro návrhy pevných signálních plánů pro potřeby dynamického řízení.

Inovovaný model bude řešen pro situaci v podmínkách izolované křižovatky K se dvěma vstupujícími proudy A a B, viz obrázek č. 4. Z křižovatky následně vystupuje pouze jeden proud.



Obrázek č. 4: Schéma zvolené modelové sítě

Inovovaný model bude řešen ve dvou variantách, viz podkapitoly 3.1 a 3.2. Model uvedený v podkapitole 3.1 bude nazván jako základní a v podkapitole 3.2 jako model s proměnnou délkou cyklu.

### *3.1 Inovovaný model v základní variantě*

Pro zadanou křižovatku je známa množina vrcholů reprezentujících začátky úseků, prostřednictvím kterých vozidla přijíždějí ke křižovatce (směry budou mít označení 1 a 2). Pro každý úsek je známa doba, kterou vozidlo potřebuje k průjezdu daným úsekem (v reálných podmínkách po uplynutí této doby vozidlo zaznamená detektor před řešenou křižovatkou K). Předpokládá se, že všechna vozidla potřebují k projetí úseku stejnou dobu. Pro zajištění vstupu vozidla do křižovatky je pro každý proud z jednotlivých úseků stanovena minimální doba zelené. Předpokládá se stejná minimální doba zelené pro oba proudy a stejné hodnoty mezičasů pro obě kombinace pořadí vstupu proudů.

Úkolem je stanovit začátky a konce dob zelených pro jednotlivé proudy vozidel tak, aby se minimalizovalo celkové zdržení vozidel.

#### Rekapitulace vstupních veličin a proměnných:

$J$  ... množina vrcholů ohraničujících úseky vstupující do křižovatky,

$I_j$  ... množina vozidel přijíždějících ke křižovatce z vrcholu  $j \in J$ ,

$z_i^j$  ... doba zdržení vozidla  $i \in I_j$  přijíždějícího v proudu z vrcholu  $j \in J$ ,

$t_{pi}^j$  ... čas vstupu vozidla  $i \in I_j$  do vrcholu  $j \in J$ ,

$t_j$  ... doba jízdy vozidla z vrcholu  $j \in J$  ke křižovatce,

$t_{pri}^j$  ... čas příjezdu vozidla  $i \in I_j$  z vrcholu  $j \in J$  ke křižovatce,

$m$  ... mezičas,

$x^j$  ... začátek signálu volno na SSZ na křižovatce K pro vozidla přijíždějící ze směru  $j \in J$ ,

$y^j$  ... konec signálu volno na SSZ na křižovatce K pro vozidla přijíždějící ze směru  $j \in J$ ,

$t_{min}$  ... minimální délka zeleného signálu volno na SSZ,

$w$  ... bivalentní proměnná modelující výběr pořadí vstupů proudů do křižovatky,

$T$  ... prohibitivní konstanta.

Matematický model má tvar:

$$\min f(x, y, z) = \sum_{i \in I_j} \sum_{j \in J} z_i^j \quad (3.1.1)$$

za podmínek:

$$t_{pr_i}^j = t_{p_i}^j + t_j \text{ pro } i \in I_j, j \in J \quad (3.1.2)$$

$$x^j - z_i^j \leq t_{pr_i}^j \text{ pro } i \in I_j, j \in J \quad (3.1.3)$$

$$y^j - x^j \geq t_{min} \text{ pro } i \in I_j, j \in J \quad (3.1.4)$$

$$x^1 - y^2 \geq m - T(1 - w) \quad (3.1.5)$$

$$x^2 - y^1 \geq m - T.w \quad (3.1.6)$$

$$x^j \geq 0 \text{ pro } j \in J \quad (3.1.7)$$

$$y^j \geq 0 \text{ pro } j \in J \quad (3.1.8)$$

$$z_i^j \geq 0 \text{ pro } i \in I_j, j \in J \quad (3.1.9)$$

$$w \in \{0; 1\} \quad (3.1.10)$$

Funkce (3.1.1) reprezentuje zvolené optimalizační kritérium. Skupina omezujících podmínek (3.1.2) vypočítá čas příjezdu vozidla  $i \in I_j$  z úseku  $j \in J$  ke křižovatce. Skupina omezujících podmínek (3.1.3) zaručuje, že nastane-li zelená později, než je okamžik příjezdu vozidla, pak lze podmínku splnit pouze tak, že vznikne časová ztráta  $z_i^j$ , o kterou se zvýší hodnota účelové funkce. Hodnota proměnné  $z_i^j$  nebude zbytečně navyšována, protože je hledáno minimum účelové funkce. Pokud vozidlo přijede ke křižovatce po

začátku signálu volno, bude platit, že  $z_i^j = 0$ . Skupina omezujících podmínek (3.1.4) zajistí, že délka doby zeleného signálu bude minimálně  $t_{min}$ . Skupiny omezujících podmínek (3.1.5) a (3.1.6) vytvoří vhodné pořadí signálů volno pro jednotlivé směry. V případě, že  $w = 1$ , bude aktivní podmínka (3.1.5) a nejprve bude umožněn vstup proudu přijíždějícího z vrcholu 2 a následně z vrcholu 1. V případě, že  $w = 0$ , bude aktivní podmínka (3.1.6) a nejprve bude umožněn vstup proudu přijíždějícího z vrcholu 1 a následně z vrcholu 2. Podmínky (3.1.7) – (3.1.10) určují definiční obory proměnných.

Mezi omezení modelu můžeme zařadit určení pouze jednoho signálu zelené na SSZ pro každý vstup. To znamená, že z každého ramene projedou všechna vozidla křižovatkou v rámci jednoho signálu volno.

### 3.2 Inovovaný model s proměnnou délkou cyklu

Inovovaný model s proměnnou délkou cyklu odstraňuje jednu z nevýhod předchozí varianty modelu, která spočívala v tom, že umožňovala naplánovat pouze jeden vstup proudů do křižovatky.

Pro zadanou křižovátku  $K$  (viz obrázek č. 4) je známa množina vrcholů reprezentujících začátky úseků, prostřednictvím kterých vozidla přijíždějí ke křižovatce (směry budou mít opět označení 1 a 2). Pro zajištění vstupu vozidla do křižovatky je pro každý proud z jednotlivých úseků včetně všech cyklů stanovena minimální doba zelené. Analogicky jako v předchozím modelu se předpokládá stejná minimální doba zelené pro oba proudy a stejné hodnoty mezičasů pro všechny kombinace pořadí vstupu proudů. Na rozdíl od předchozí varianty zadání je definován počet cyklů, které se musí v rámci řízení uskutečnit (v obecné variantě zadání a modelu je uvažováno se třemi cykly).

Úkolem je analogicky jako v předchozím případě stanovit začátky a konce dob zelených pro jednotlivé proudy vozidel a určit jejich rozložení v průběhu definovaného počtu cyklů tak, aby se minimalizovala celková doba průjezdu vozidel fragmentem sítě.

#### Řešení

Účelová funkce modelu je volena tak, aby algoritmus snížil celkové zdržení všech vozidel v síti na minimum. Všechna vozidla, která vstoupí do křižovatky, musí křižovátku



rovněž opustit. Pokud by tento předpoklad neplatil, docházelo by k hromadění vozidel v křižovatce. V reálném provozu by došlo, s ohledem na omezené kapacity každé křižovatky, ke kolapsu dopravy v křižovatce. U modelu charakterizujeme proměnnou délkou cyklu, která nám zajistí lepší rozložení signálu volno tak, aby nedocházelo ke zbytečnému navyšování hodnoty účelové funkce.

#### Rekapitulace vstupních veličin a proměnných:

$P$  ... množina proudů,

$C$  ... množina cyklů,

$c_i$  ... začátek cyklu  $i \in C$  (počítáno od výchozího bodu 0)

$\tau$  ... čas potřebný pro průjezd vozidla křižovatkou,

$m$  ... mezičas,

$q_{ij}$  ... počet vozidel, která přijela ke křižovatce v proudu  $i \in P$  od výchozího časového bodu do začátku cyklu  $j \in C$ ,

$x_{ij}$  ... začátek signálu volno pro proud  $i \in P$  v cyklu  $j \in C$ ,

$y_{ij}$  ... konec signálu volno pro proud  $i \in P$  v cyklu  $j \in C$ ,

$w$  ... bivalentní proměnná modelující výběr pořadí vstupů proudů do křižovatky,

$z_{ij}$  ... zdržení vozidla z proudu  $i \in P$  a cyklu  $j \in C$ ,

$zc_{ij}$  ... celkové zdržení vozidel z proudu  $i \in P$  a cyklu  $j \in C$ ,

Matematický model má tvar:

$$\min f(x, y, c, z, zc) = \sum_{i \in P} \sum_{j \in C} zc_{ij} \quad (3.2.1)$$

za podmínek:

$$y_{ij} - x_{ij} \geq \tau \cdot \left( q_{ij} - \sum_k^{j-1} \frac{(y_{ik} - x_{ik})}{\tau} \right) \text{ pro } i \in P, j \in C \quad (3.2.2)$$

$$x_{11} - y_{21} \geq m - T \cdot (1 - w) \quad (3.2.3)$$

$$x_{22} - y_{11} \geq m - T \cdot (1 - w) \quad (3.2.4)$$

$$x_{12} - y_{22} \geq m - T \cdot (1 - w) \quad (3.2.5)$$

$$x_{23} - y_{12} \geq m - T \cdot (1 - w) \quad (3.2.6)$$

$$x_{13} - y_{23} \geq m - T \cdot (1 - w) \quad (3.2.7)$$

$$x_{21} - y_{11} \geq m - T \cdot w \quad (3.2.8)$$

$$x_{12} - y_{21} \geq m - T \cdot w \quad (3.2.9)$$

$$x_{22} - y_{12} \geq m - T \cdot w \quad (3.2.10)$$

$$x_{13} - y_{22} \geq m - T \cdot w \quad (3.2.11)$$

$$x_{23} - y_{13} \geq m - T \cdot w \quad (3.2.12)$$

$$x_{ij} \geq c_j \text{ pro } i \in P, j \in \{2; 3\} \quad (3.2.13)$$

$$x_{ij} - z_{ij} \leq c_j \text{ pro } i \in P, j \in C \quad (3.2.14)$$

$$zc_{i1} = z_{i1} \cdot q_{i1} \text{ pro } i \in P \quad (3.2.15)$$

$$zc_{ij} = z_{ij} \cdot (q_{ij} - q_{ij-1}) \text{ pro } i \in P, j \in \{2..3\} \quad (3.2.16)$$

$$x_{ij} \leq y_{ij} \text{ pro } i \in P, j \in C \quad (3.2.17)$$

$$y_{1j-1} + m \leq c_j + T \cdot (1 - w) \text{ pro } j \in \{2..3\} \quad (3.2.18)$$

$$y_{1j-1} + m \leq c_j + T \cdot w \text{ pro } j \in \{2..3\} \quad (3.2.19)$$

$$x_{ij} \geq 0 \text{ pro } i \in P, j \in C \quad (3.2.20)$$

$$y_{ij} \geq 0 \text{ pro } i \in P, j \in C \quad (3.2.21)$$

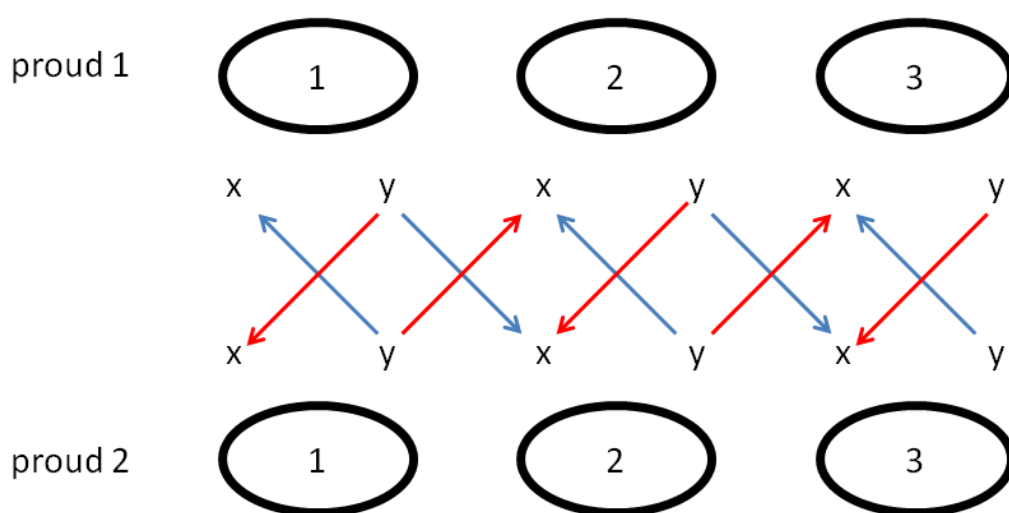
$$z_{ij} \geq 0 \text{ pro } i \in P, j \in C \quad (3.2.22)$$

$$zc_{ij} \geq 0 \text{ pro } i \in P, j \in C \quad (3.2.23)$$

$$w \in \{0; 1\}$$

(3.2.24)

Funkce (3.2.1) reprezentuje zvolené optimalizační kritérium. Skupina omezujících podmínek (3.2.2) zajistí dostatečnou délku signálu volno pro všechny proudy a cykly. Skupiny omezujících podmínek (3.2.3) – (3.2.12) zajistí zvolené pořadí vstupů proudů do křižovatky. S ohledem na počet fází a počet cyklů, které jsme si zvolili na začátku modelu, musí být v soustavě omezujících podmínek obsaženy všechny možné varianty, které mohou nastat.



Obrázek č. 5: Znázornění jednotlivých dvojic pro rovnici pro určení pořadí fází

Na obrázku č. 5, je znázorněn postup tvorby jednotlivých omezujících podmínek (3.2.3) – (3.2.12) v případě 2 proudů a 3 cyklů. Vrcholy v obrázku reprezentují doby signálu volno pro jednotlivé proudy a jednotlivé cykly. Orientované hrany v obrázku reprezentují možná pořadí začátků a konců signálů volno. Z obrázku je patrné, že signály volno pro jednotlivé proudy se střídají. Červené orientované hrany reprezentují řešení, ve kterém nejdříve v rámci cyklu bude vstupovat proud 1 a následně proud 2. Modré orientované hrany reprezentují opak.

Výběr optimálního pořadí fází vychází z určení hodnoty  $w$  v průběhu řešení modelu tak, aby bylo zaručeno dosažení cíle reprezentovaného optimalizačním kritériem.

Skupina omezujících podmínek (3.2.13) zajišťuje, že doby signálů volno nastanou až v cyklu, ke kterému se vztahují. Prostřednictvím skupiny omezujících podmínek (3.2.14)

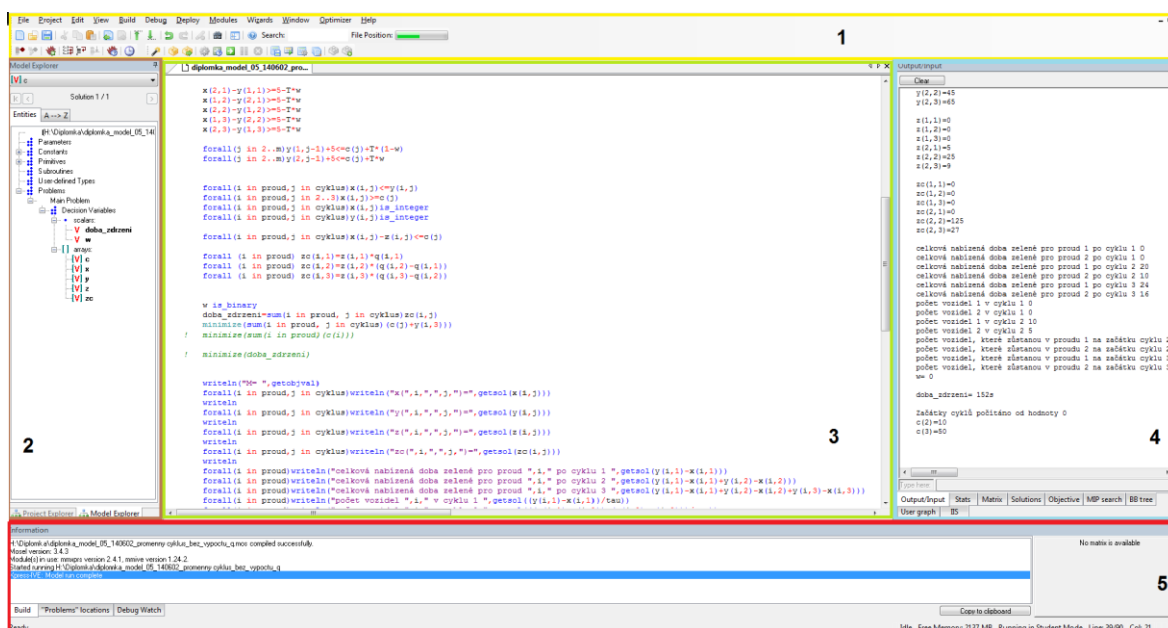
se vypočítají doby zdržení vozidel, analogicky, jako v předchozím modelu. Prostřednictvím skupin omezujících podmínek (3.2.15) - (3.2.16) se vypočítá hodnota účelové funkce. Soustava omezujících podmínek (3.2.17) zajistí správné pořadí časových okamžiků reprezentujících začátky a konce dob signálů volno. Skupiny omezujících podmínek (3.2.18) – (3.2.19) zajistí vytvoření přípustných začátků cyklu. Podmínky (3.2.20) – (3.2.24) určují definiční obory proměnných.

## 4. Výpočetní experimenty

### 4.1. Možnosti řešení sestavených modelů

Pro řešení sestaveného modelu je možno použít velké množství optimalizačních programů (mezi tyto programy patří například Excel). V diplomové práci bude řešení modelů úloh lineárního programování provedeno pomocí optimalizačního software Xpress – IVE. Jedná se o software společnosti FICO založené v USA. Software byl vyvinut pro potřeby lineárního programování. Pro potřeby akademických účelů je volně dostupná demoverze programu, která byla použita i pro výpočet modelů v případě této diplomové práce.

Pro výpočet modelu je potřeba upravit model lineárního programování do programovacího jazyka MOSEL, ve kterém software Xpress – IVE pracuje. Pracovní prostředí programu je znázorněno na obrázku č. 6.



Obrázek č. 6: pracovní prostředí Xpress - IVE

Pracovní prostředí software Xpress – IVE se skládá z 5 částí. V první části se nachází hlavní lišta s tlačítky, které umožňují ovládat jednotlivé funkce programu. K řešení výše sestavených modelů se zejména používají tlačítko *Compile*, které provede kontrolu textu programu zapsaného v okně 3. Pokud se v zápisu vyskytuje chyba, je o tom uživatel informován v okně 3. Tato informace je zvýrazněna prostřednictvím žlutého pruhu, který

se objeví v řádku, který je chybně zapsán a tato chyba je dále detailně popsána i v okně číslo 5. Druhé tlačítko v oblasti lišty, které je nejčastěji používáno, je *Run model*, které zahájí výpočet modelu, jehož řešení se následně vypíše v okně 4 v záložce Output/Input (výsledky, které si vyžádal řešitel výpisem soustavy příkazů v modelu), nebo v záložce Solutions, kde se vypíší výsledky všech proměnných. V okně 2 jsou vypsány všechny prvky, které model obsahuje.

V textové části, na jejímž základě řešení probíhá, musí být zachována určitá pravidla. Postup transformace modelu do programovacího jazyka MOSEL bude vysvětlen na příkladu inovovaného modelu s proměnnou délkou cyklu. Na začátku každého textu programu musí být uvedeno klíčové slovo *model*. Na stejném řádku je možno doplnit název modelu, který je ovšem nutno napsat bez mezer a diakritiky. V druhém řádku modelu je nutné vypsát příkaz, který vyvolá knihovnu pro řešení úloh lineárního programování.

```
model promenna_delka_cyklu  
uses "mmxprs"
```

Následně je potřeba zahrnout do textu programu tzv. deklarační část, která bude obsahovat množiny, v úloze použité. Začátek definice této části určuje řádek s textem *declarations*. V této variantě se vyskytují následující množiny:

- počet proudů vstupujících do křižovatky
- počet cyklů

```
m=3  
n=2  
cyklus=1..m  
proud=1..n
```

V deklarační části se rovněž definují veškeré konstanty typu pole (array) a proměnné, které jsou v modelu použity. Každá charakterizovaná veličina obsahující index je v deklarační části definována jako veličina typu pole. Všem veličinám uvedeným v deklarační části je potřeba dále přiřadit označení, které určí, o jaký typ veličiny se jedná. V případě reálné konstanty typu pole se uvede do popisu veličiny označení *of real*, v případě proměnné se uvede do popisu označení *of mpvar*. Veličiny, které nejsou typu pole, se zapisují ve zjednodušeném tvaru (*doba\_zdrzeni:mpvar*). Konec této části programu je charakterizován pomocí řádku s textem *end-declarations*.

V popisované variantě modelu se v deklarační části objevují následující proměnné a konstanty:

```

q:array(proud,cyklus)of real
x:array(proud,cyklus)of mpvar
y:array(proud,cyklus)of mpvar
M:mpvar
w:mpvar
c:array(cyklus)of mpvar
doba_zdrzeni:mpvar
z:array(proud,cyklus) of mpvar
zc:array(proud,cyklus) of mpvar

```

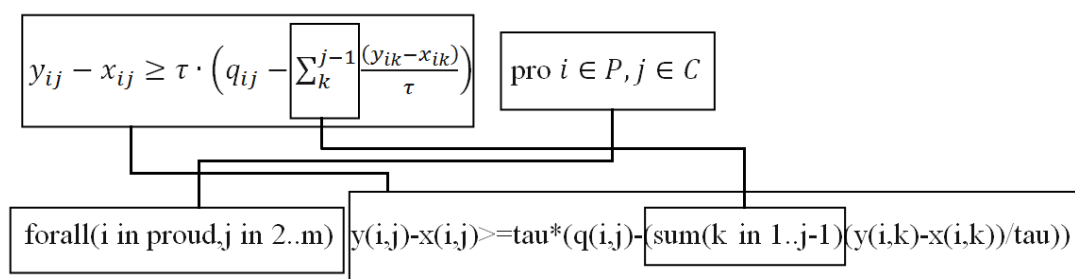
Po ukončení deklarační části je nutné definovat hodnoty konstant. Hodnoty konstanty typu pole se charakterizují následujícím způsobem:

```
q::[0,10,12,0,5,8]
```

Pro definici konstanty, která není typu pole (např. prohibitivní konstanta) se запиše do textu programu:

```
T:=1000
```

V programu se následně vypíše soustava omezujících podmínek. Pokud je v modelu použita soustava omezujících podmínek stejného typu, používá se pro zápis této skupiny podmínek cyklus. V matematickém modelu můžeme jako příklad použít soustavu omezujících podmínek (3.2.14), která má tvar:



V případě, že je potřeba zaručit, aby proměnná nabývala celočíselných hodnot, musí být za proměnnou doplněn text `is_integer`. Pokud je potřeba využít bivalentní proměnné v modelu, je potřeba doplnit text `is_binary`.

Do softwaru Xpress – IVE je dále potřeba zavést účelovou funkci, jejíž hodnota v rámci modelového příkladu bude optimalizována. Účelovou funkci můžeme minimalizovat nebo maximalizovat. U modelu s proměnnou délkou cyklu se provádí minimalizace doby odbavení všech vozidel z křižovatky K:

```
minimize(doba_zdrzeni)
```

V případě, kdy by bylo potřeba hodnotu účelové funkce maximalizovat, nahradíme výraz minimize výrazem maximize.

V závěru programu se obvykle uvádějí požadavky na výpis hodnot výstupních hodnot, případně kontrolní výpis veličin, které ovlivňují hodnotu účelové funkce, případně jsou použity pro další charakteristiku modelovaného příkladu.

Výpis hodnoty účelové funkce se provádí pomocí příkazu getobjval:

```
writeln("M= ",getobjval)
```

K výpisu výsledných hodnot proměnných se využívá příkazu getsol:

```
forall(i in proud,j in cyklus)writeln("x(",i," ",j,"")=",getsol(x(i,j)))
```

Text modelovaného příkladu v optimalizačním softwaru musí být zakončen příkazem end-model.

## ***4.2. Výpočetní experiment se základním modelem***

Správnost navrženého modelu je ověřena na modelovém příkladu. Síť je vytvořena dle obrázku č. 4. Pro řešení modelu je využito výpočetního softwaru Xpress IVE popsaného v předchozí podkapitole.

Jsou tedy definovány dva úseky vedoucí ke křižovatce, které začínají vrcholy. Úseku 1 v obecném modelu odpovídá v tomto výpočetním experimentu úsek A, úseku 2 v obecném modelu odpovídá úsek B. Dále jsou známy časové okamžiky vstupů vozidel do jednotlivých vrcholů ohraničujících úseky vedoucí ke křižovatce s následujícími hodnotami.

$t_p^A = (2, 4, 5, 8) \dots$  časy vstupů vozidel do vrcholu A,



$t_p^B = (1, 2, 3) \dots$  časy vstupů vozidel do vrcholu B.

Pro určení okamžiku příjezdu vozidel ke křižovatce je potřeba dále určit dobu, za kterou se vozidlo od vstupu do vrcholu A nebo B přemístí ke křižovatce, z tohoto důvodu musí být definovány doby průjezdů vozidel jednotlivými úseky, které v případě realizovaného experimentu činí:

$t_A = 3 \text{ s}$  ... doba jízdy vozidla od vrcholu A ke křižovatce K,

$t_B = 1 \text{ s}$  ... doba jízdy vozidla od vrcholu B ke křižovatce K.

Hodnota mezičasů je stanovena jednotně pro obě kombinace pořadí vstupů proudů a činí  $m = 10 \text{ s}$ .

V modelu bude použita prohibitivní konstanta, jejíž hodnota bude  $T = 1000000$ .

Následuje text programu v optimalizačním software Xpress-IVE:

```
model zakladni_varianta
uses "mmxprs";
declarations
A=1..4
B=1..3
Tau:real
xA:mpvar
yA:mpvar
xB:mpvar
yB:mpvar
zA:array(A) of mpvar
zB:array(B) of mpvar
m:real
tpA:array(A) of real
tpB:array(B) of real
tprA:array(A) of real
tprB:array(B) of real
tA:real
tB:real
```

```

proh:real
w:mpvar
end-declarations
w is_binary
m:=10
tpA::[2,4,5,8]
tpB::[1,2,3]
tA:=3
tB:=1
Tau:=3
proh:=10000000
forall(i in A) tprA(i):=tpA(i)+ tA
forall(i in B) tprB(i):=tpB(i)+tB
forall(i in A) xA-zA(i)<=tpA(i)+tA
forall(i in B) xB-zB(i)<=tpB(i)+tB
forall(i in A) yA-xA>=10
forall(i in B) yB-xB>=10
forall(i in B,j in A) xA-yB>=m-proh*(1-w)
forall(i in B,j in A) xB-yA>=m-proh*w
yA<=50
yB<=50
doba_zdrzeni:=sum(i in A)zA(i)+sum(j in B)zB(j)
minimize (doba_zdrzeni)
writeln("Begin running model")
writeln("End running model")
forall(i in A)writeln("zA(",i,")=",getsol(zA(i)))
forall(i in B)writeln("zB(",i,")=",getsol(zB(i)))
writeln("Zdrzeni je:",getobjval)
end-model

```

Dosažené výsledky jsou patrné z tabulky č. 1.

Tabulka č. 1: Výsledky základního modelu

Solutions			
View last N solutions found by the Optimizer			
	Column	Name	Obj=49
~	0	xA	20
~	1	yA	30
~	2	xB	0
~	3	yB	10
~	4	zA(1)	15
~	5	zA(2)	13
~	6	zA(3)	12
~	7	zA(4)	9
~	8	zB(1)	0
~	9	zB(2)	0
~	10	zB(3)	0
0/1	11	w	1

Z výsledků v tabulce č. 1 je zřejmé, že celková doba zdržení na dané síti je 49 s. Zelená fáze je aktivní nejdříve pro proud vozidel ze směru vrcholu A, následně po projetí posledního vozidla ze směru A a započtení mezičasu mezi kolizními proudy dojde k aktivaci signálu zelená pro vozidla ze směru A (v čase 20 s). Zdržení jednotlivých vozidel je vypsáno v tabulce č. 1.

Stavové hlášení o dosažení optimality je uvedeno na obrázku č. 7.

Stats			
<b>Matrix:</b>		<b>Presolved:</b>	
Rows(constraints):	38	Rows(constraints):	8
Columns(variables):	12	Columns(variables):	10
Nonzero elements:	100	Nonzero elements:	17
Global entities:	1	Global entities:	1
Sets:	0	Sets:	0
Set members:	0	Set members:	0
<b>Overall status: Finished global search.</b>			
<b>LP relaxation:</b>		<b>Global search:</b>	
<b>Algorithm:</b>	<b>Simplex dual</b>	Current node:	1
Simplex iterations:	1	Depth:	1
Objective:	0	Active nodes:	0
Status:	Unfinished	Best bound:	49
Time:	0.1s	Best solution:	49
		Gap:	0%
		Status:	Solution is optimal.
		Time:	0.1s

Obrázek č. 7: Stavové hlášení z optimalizačního SW Xpress – IVE

### *4.3. Výpočetní experiment s modelem obsahujícím proměnnou délku cyklu*

Funkčnost navrženého modelu s proměnnou délkou cyklu bude ověřena na stejné modelové situaci. Vstupní data pro experiment jsou stejná, jako v předchozím případě popsaném v podkapitole 4.2. Jednotlivé úseky, prostřednictvím kterých vozidla vstupují do křižovatky, mají opět číselné označení 1 a 2. Nad rámec zadání z předchozí podkapitoly je pro potřeby výpočetního experimentu potřeba definovat množinu cyklů. V řešeném experimentu je uvažováno se třemi cykly.

Následuje text programu v optimalizačním software Xpress-IVE:

```
model promenna_delka_cyklu
  uses "mmxprs"
  declarations
    m=3
    n=2
    cyklus=1..m
    proud=1..n
    q:array(proud,cyklus)of real
    x:array(proud,cyklus)of mpvar
    y:array(proud,cyklus)of mpvar
    M:mpvar
    w:mpvar
    c:array(cyklus)of mpvar
    doba_zdrzeni:mpvar
    z:array(proud,cyklus) of mpvar
    zc:array(proud,cyklus) of mpvar

  end-declarations
  T:=1000
  tau:=2
  q::[0,10,12,
    0,5,8]
  forall(i in proud)y(i,1)-x(i,1)=0
```

```

forall(i in proud,j in 2..m)y(i,j)-x(i,j)>=tau*(q(i,j)-(sum(k in 1..j-1)(y(i,k)-x(i,k))/tau))
x(1,1)-y(2,1)>=5-T*(1-w)
x(2,2)-y(1,1)>=5-T*(1-w)
x(1,2)-y(2,2)>=5-T*(1-w)
x(2,3)-y(1,2)>=5-T*(1-w)
x(1,3)-y(2,3)>=5-T*(1-w)
x(2,1)-y(1,1)>=5-T*w
x(1,2)-y(2,1)>=5-T*w
x(2,2)-y(1,2)>=5-T*w
x(1,3)-y(2,2)>=5-T*w
x(2,3)-y(1,3)>=5-T*w
forall(j in 2..m)y(1,j-1)+5<=c(j)+T*(1-w)
forall(j in 2..m)y(2,j-1)+5<=c(j)+T*w
forall(i in proud,j in cyklus)x(i,j)<=y(i,j)
forall(i in proud,j in 2..3)x(i,j)>=c(j)
forall(i in proud,j in cyklus)x(i,j)is_integer
forall(i in proud,j in cyklus)y(i,j)is_integer
forall(i in proud,j in cyklus)x(i,j)-z(i,j)<=c(j)
forall (i in proud) zc(i,1)=z(i,1)*q(i,1)
forall (i in proud) zc(i,2)=z(i,2)*(q(i,2)-q(i,1))
forall (i in proud) zc(i,3)=z(i,3)*(q(i,3)-q(i,2))
w is_binary
doba_zdrzeni=sum(i in proud, j in cyklus)zc(i,j)
minimize(doba_zdrzeni)
writeln("M= ",getobjval)
forall(i in proud,j in cyklus)writeln("x(",i," ",j,")=",getsol(x(i,j)))
writeln
forall(i in proud,j in cyklus)writeln("y(",i," ",j,")=",getsol(y(i,j)))
writeln
forall(i in proud,j in cyklus)writeln("z(",i," ",j,")=",getsol(z(i,j)))
writeln
forall(i in proud,j in cyklus)writeln("zc(",i," ",j,")=",getsol(zc(i,j)))
writeln

```

```

    forall(i in proud)writeln("celková nabízená doba zelené pro proud ",i," po cyklu 1 ",getsol(y(i,1)-
x(i,1)))
    forall(i in proud)writeln("celková nabízená doba zelené pro proud ",i," po cyklu 2 ",getsol(y(i,1)-
x(i,1)+y(i,2)-x(i,2)))
    forall(i in proud)writeln("celková nabízená doba zelené pro proud ",i," po cyklu 3 ",getsol(y(i,1)-
x(i,1)+y(i,2)-x(i,2)+y(i,3)-x(i,3)))
    forall(i in proud)writeln("počet vozidel ",i," v cyklu 1 ",getsol((y(i,1)-x(i,1))/tau))
    forall(i in proud)writeln("počet vozidel ",i," v cyklu 2 ",getsol(((y(i,1)-x(i,1))+y(i,2)-x(i,2))/tau))
    forall(i in proud)writeln("počet vozidel, které zůstanou v proudu ",i," na začátku cyklu 2
",getsol(q(i,2)-(y(i,1)-x(i,1))/tau))
    forall(i in proud)writeln("počet vozidel, které zůstanou v proudu ",i," na začátku cyklu 3
",getsol(q(i,3)-((y(i,1)-x(i,1))+y(i,2)-x(i,2))/tau)))
    writeln("w= ",getsol(w))
    writeln
    writeln("doba_zdrzeni= ",getsol(doba_zdrzeni), "s")
    writeln
    writeln("Začátky cyklů počítáno od hodnoty 0")
    forall(j in 2..m)writeln("c(",j,")=",getsol(c(j)))
end-model

```

Dosažené výsledky jsou patrné z tabulky č. 2.

Tabulka č. 2: Výsledky modelu s proměnnou délkou cyklu

Solutions			
View last N solutions found by the Optimizer			
	Column	Name	Obj=152
...	0	x(1,1)	0
...	1	x(1,2)	10
...	2	x(1,3)	50
...	3	x(2,1)	5
...	4	x(2,2)	35
...	5	x(2,3)	59
...	6	y(1,1)	0
...	7	y(1,2)	30
...	8	y(1,3)	54
...	9	y(2,1)	5
...	10	y(2,2)	45
...	11	y(2,3)	65
0/1	12	w	0
~	13	c(1)	0
~	14	c(2)	10
~	15	c(3)	50
~	16	doba_zdrzeni	152
~	17	z(1,1)	0
~	18	z(1,2)	0
~	19	z(1,3)	0
~	20	z(2,1)	5
~	21	z(2,2)	25
~	22	z(2,3)	9
~	23	zc(1,1)	0
~	24	zc(1,2)	0
~	25	zc(1,3)	0
~	26	zc(2,1)	0
~	27	zc(2,2)	125
~	28	zc(2,3)	27

Z výsledků v tabulce č. 2 je zřejmé, že celková doba zdržení na dané síti je 152 s. Signál volno je aktivní pro každý cyklus nejdříve pro proud vozidel z úseku 1, následně po projetí posledního vozidla čekajícího na začátku cyklu a započtení mezičasu mezi kolizními proudy dojde k aktivaci signálu zelená pro vozidla z úseku 2. Zdržení vozidel je uvedeno v tabulce č. 2. Délka cyklu je proměnná, aby celkové zdržení vozidel bylo minimální. Dle hodnoty proměnné  $w$ , která má ve výsledku hodnotu 0, je možno konstatovat, že nejdříve do křižovatky vstupuje proud 1. V tabulce č. 2 jsou rovněž uvedeny začátky a konce jednotlivých cyklů. První cyklus začíná v čase  $t = 0$  s, druhý cyklus začíná v čase  $t = 10$  s a třetí cyklus začíná v čase  $t = 50$  s.

Stavové hlášení o dosažení optimality je uvedeno na obrázku č. 8.

Stats			
<b>Matrix:</b>		<b>Presolved:</b>	
Rows(constraints):	41	Rows(constraints):	23
Columns(variables):	29	Columns(variables):	13
Nonzero elements:	119	Nonzero elements:	63
Global entities:	13	Global entities:	13
Sets:	0	Sets:	0
Set members:	0	Set members:	0
<b>Overall status: Finished global search.</b>			
<b>LP relaxation:</b>		<b>Global search:</b>	
<b>Algorithm:</b>	<b>Simplex primal</b>	Current node:	1
Simplex iterations:	0	Depth:	2
Objective:	0	Active nodes:	0
Status:	Unfinished	Best bound:	477
Time:	0.1s	Best solution:	152
		Gap:	213.816%
		Status:	Solution is optimal.
		Time:	0.1s

Obrázek č. 8: Stavové hlášení z optimalizačního SW Xpress – IVE

#### 4.4 Shrnutí

Na základě provedených experimentů a získaných výsledků je možné konstatovat, že navržené modely jsou funkční. Pro další rozvoj řešené problematiky je důležitý zejména model s proměnlivou délkou cyklu, který umožňuje řízení křižovatky z delšího časového horizontu. Je proto žádoucí pokračovat v jeho dalším rozpracovávání.



## 5. Závěr

Diplomová práce je věnována problematice řízení křižovatek.

V úvodní části práce je analyzován současný stav a možnosti návrhů řízení křižovatek. Kapitola je věnována jak metodám obsaženým v Technických podmínkách 81, které jsou schváleny Ministerstvem dopravy České republiky, tak i metodám založeným na matematickém programování. Jsou popsány metody pro návrh pevných i dynamických signálních plánů. Jako výhodnější se jeví metody založené na matematickém programování, neboť umožňují navrhovat signální plány v závislosti na libovolném optimalizačním kritériu, které ovšem musí být matematicky formulovatelné.

Následně jsou na bázi lineárního programování navrženy dva matematické modely. Nad rámec existujících modelů, které jsou zmíněny v práci, navržené modely umožňují navrhnout signální plány tak, aby se minimalizovala celková doba zdržení vozidel na vstupech do křižovatky, což je optimalizační kritérium, které v současnosti preferuje odborná veřejnost při posuzování kvality řízení. S navrženými modely byly provedeny výpočetní experimenty, které prokázaly jejich funkčnost. Dosažené výsledky jsou v práci prezentovány a okomentovány.

Matematické modely jsou sice navrženy pro určité jednoduché provozní situace, nicméně mají v sobě zabudovány základní principy, které je žádoucí rozvíjet pro budoucí období. Uvedené principy totiž vedou směrem k namodelování dynamického řízení, což je předmětem dopravního výzkumu v zahraničí.

## Seznam obrázků

Obrázek č. 1: Logická podmínka pro dynamický signální plán

Obrázek č. 2: Časová podmínka pro dynamický signální plán

Obrázek č. 3: Logická podmínka pro dynamický signální plán

Obrázek č. 4: Schéma zvolené modelové sítě

Obrázek č. 5: Znáznornění jednotlivých dvojic pro rovnici pro určení pořadí fází

Obrázek č. 6: pracovní prostředí Xpress - IVE

Obrázek č. 7: Stavové hlášení z optimalizačního SW Xpress – IVE

Obrázek č. 8: Stavové hlášení z optimalizačního SW Xpress – IVE

## Seznam tabulek

Tabulka č. 1: Výsledky základního modelu

Tabulka č. 2: Výsledky modelu s proměnnou délkou cyklu

## Literatura

- [1] ZILIASKOPOULOS, A. A Linear Programming Model for the Single Destination System Optimum Dynamic Traffic Assignment Problem. *Transportation Science*, 2000, vol. 34, no. 1, s. 37-49.
- [2] WALLER, S. Linear Programming Formulation for Strategic Dynamic Traffic Assignment. *Springer Science + Business Media New York*, 2013
- [3] TEICHMANN, D. 2013. *Optimalizace technologických procesů*. Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava, 2013, 103 s., ISBN 978-80-248-3269-2
- [4] Technické podmínky TP 81 Zásady pro navrhování světelných signalizačních zařízení na pozemních komunikacích. CDV Brno, 2. vydání, 2006, ISBN 80-86502-30-9